

**TARİHTEN GÜNÜMÜZE MÜZİK VE MATEMATİK İLİŞKİSİ**

**Doç. Dr. Ebru AYATA**  
Yıldız Teknik Üniversitesi

**Özet**

Müzik, sanat ve bilim arasında ittifak kurabilmek için ayrıcalıklı bir zemindir ve bu ittifakta matematik merkezi bir rol oynar. Müzik teorisinde ortaya çıkan sorular ve problemler, tarihin birçok noktasında matematik araştırmalarına yönelik güçlü bir motivasyon oluşturmuştur. Yunan matematikçi Pisagor, konsonant bir aralıktaki notaların frekansları arasındaki bütünsel ilişkilere dikkat çekmiştir; 18. yüzyıl müzisyeni J.S. Bach ise klavyeli enstrümanların akordu konusunda pratik bir yol bulmanın matematiksel yönünü incelemiştir. Batı geleneğinde, matematik ve müzik 2000 yıldan fazla bir süredir derinden bağlantılıdır. Müzik, belirli kuralları olması gereken bir bilimdir. Teorinin yanı sıra müzikal kompozisyon da matematiksel düşünceye çok yakın olan soyut düşünce ve düşünme tarzını gerektirir. Matematik ve müzik hemen hemen her alanda karşılaşılan iki olgudur. Yaşamın vazgeçilmez iki gerçeğidir. Eğitimden, bilim ve teknolojiye kadar geniş bir perspektif sunar. Bu sebeple günümüz dünyasında her iki konuya da ilgi duyan bireylerle karşılaşmak hiç de sıra dışı değildir. Bu çalışmanın amacı, geniş bir literatür taraması yaparak, farklı kültür ve medeniyetleri kapsayan bu karmaşık matematik ve müzik ilişkisine genel bir bakış açısı sunmaktır.

**Anahtar kelimeler:** Müzik, matematik, müzik teorisi, müzik kuramcıları

**MUSIC AND MATHEMATICS RELATIONSHIP FROM HISTORY TO PRESENT****Abstract**

Music is a privileged ground for alliance between art and science, and mathematics plays a central role in this alliance. The questions and problems that have arisen in music theory have created a strong motivation for mathematical research at many points in history. The Greek mathematician Pythagoras drew attention to the holistic relationships between the frequencies of notes in a consonant range; 18th century musician J.S. Bach, on the other hand, studied the mathematical aspect of finding a practical way of tuning keyboard instruments. In the Western tradition, mathematics and music have been deeply linked for more than 2000 years. Music is a science that must have certain rules. Music theory as well as musical composition requires a certain abstract way of thinking and contemplation which are very close to mathematical pure thought. Mathematics and music are two phenomena encountered in almost every field. They are two indispensable facts of life. It offers a broad perspective from education to science and technology. For this reason, it is not unusual to encounter individuals who are interested in both subjects in today's world. The aim of this study is to provide an overview of this complex relationship between mathematics and music that encompasses different cultures and civilizations by making a wide literature review.

**Keywords:** Music, mathematics, music theory, music theorists

## 1.GİRİŞ

Matematik, bir şekilde, eski uygarlıklardan beri var olmuştur. İnkalar, Mısırlılar ve Babil'iler farklı amaçlarla da olsa M.Ö. 600-300 arasında matematiği kullanmışlardır (Joseph, 1991). Matematik, yüzlerce yıldır farklı kültürler ve medeniyetler tarafından farklı şekillerde yaklaşılacak, kullanılan ve çalışılan çok geniş bir konudur. Yirmi birinci yüzyıldaki batılı düşünce, matematiği şeklin, uzayın, değişimin, sayının, yapı ve miktarın soyut bilimi olarak görmektedir (Restivo, 1992). Matematik diğer disiplinlerdeki fenomenleri açıklamak için uygulanabilmektedir.

Buna karşılık müzik, form ve uyum güzelliği üretmek için vokal veya enstrümantal (veya her ikisi) sesleri bir araya getirme sanatı veya bilimdir (Grout, 1973). İnsanoğlunun içsel bir yönüdür. Matematik gibi, müzik de tarih boyunca kültürlerin ayrılmaz bir parçası olmuştur. Müzik, duyguları ve fikirleri ifade etmenin sanatsal bir yoludur ve genellikle kişinin kendini ve kimliğini ifade ve tasvir eder. Birçok farklı müzik türleri incelenmiş, icra edilmiş, çalınmış ve dinlenmiştir.

Müzik teorisi binlerce yıldır üzerinde çalışılan bir konudur. Müziğin nasıl işlediğinin ve özelliklerinin incelenmesidir. Müzikle ilgili herhangi bir ifade, inanç veya anlayışın analizini içerebilir. Genellikle müzik teorisyenleri müzik dili ve notasyonu üzerinde çalışırlar. Bestecilerin tekniklerindeki kalıpları ve yapıları, içindeki türleri ve tarihsel dönemleri belirlemeye çalışırlar.

Matematik ve müziğin genel tanımları karşılaştırıldığında, çok farklı iki disiplin ortaya çıkar. Matematik düzen ve hesaplanabilirlik gerektiren bir bilimdir. Müzik ise duygu ve ifade ağırlıklıdır. Bu iki disiplin, görünüşte farklı olsa da iki bin yıldan fazladır birbiriyle derinden bağlantılıdır. Matematiğin, bilim dallarının en soyutu, müziğin ise sanat dallarının en soyutu olduğu gözlemlenmiştir.

Tarih boyunca müzik teorisinde ortaya çıkan sorular ve problemler genellikle matematik ve fizik yoluyla çözülmüştür. Müziğin kendisi gerçekten çok matematiksevidir ve müzik teorisindeki birçok temel fikrin doğasında matematik vardır. Müzik teorisyenleri, diğer disiplinlerdeki uzmanlar gibi fikirlerini geliştirmek, ifade etmek ve iletmek için matematiği kullanırlar. Matematik, müzikteki birçok fenomeni ve kavramı tanımlayabilir. Örneğin tellerin belirli frekanslarda nasıl titreştiğini, frekansları tanımlamak için ses dalgalarının nasıl kullanıldığını matematik açıklar.

## 2. MÜZİK VE MATEMATİK İLİŞKİSİNİN TARİHÇESİ

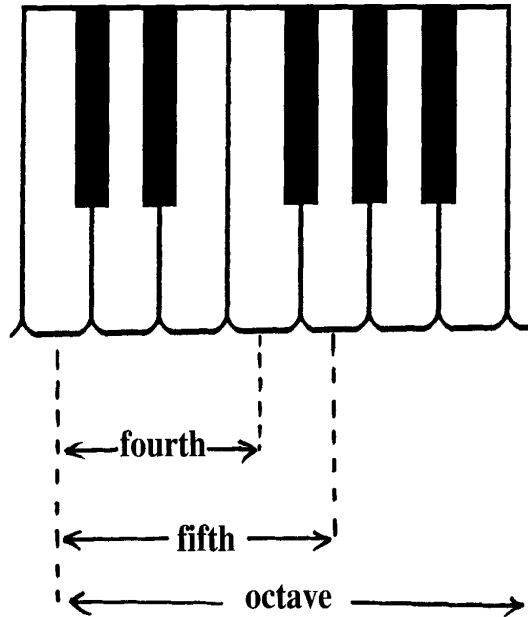
Antik çağlarda, matematikçiler genellikle müzik teorisyenleriydi. MÖ 600'den itibaren yaklaşık bin yıl boyunca Antik Yunan dünyanın önde gelen medeniyetlerinden biriydi. O dönemde üretilen fikirlerin ve bilgilerin modern batı medeniyetleri üzerinde kalıcı bir etkisi olmuştur. Pek çok Yunan akademisyeni, müzik, felsefe, biyoloji, kimya, fizik, mimari ve diğer birçok disiplinlere zengin bilgi birikimleriyle katkıda bulunmuşlardır (Joseph, 1991).

Antik Yunan döneminde matematik bir sanat haline geldi. Filozoflar ve matematikçiler matematiğin temel fikirlerini sorgulamaya başladılar. Pisagor, Platon ve Aristo, matematik ile müzik arasındaki tarihsel bağlantı konusunda çok zeki üç akademisyen ve çok etkili figürlerdi (Papadopoulos, 2002). Bu ilk Yunan akademisyenler sadece matematik ve müzik konularında incelemeler yapmaya başlamayla kalmayıp müziği matematiğin bir parçası olarak gördüler (Papadopoulos, 2002).

“Müzik”, Antik Yunan’da, matematik üzerinden anlaşılmaktaydı. Ses aralıklarının matematiksel oranları üzerine yapılan çalışmalar, bu oranların melodik uygulamalarıyla birlikte, müziğin teknik terminolojisinin de gelişmesini sağlamıştır. Sayı teorisi ve müzik arasındaki önemli bağlantılar hakkında bir fikir verebilmek için, oranlar teorisinin tam olarak müzik teorisindeki kullanımı için geliştirildiği söylenebilir. İrrasyonel sayıların keşfi kısmen, bir tonu iki eşit parçaya bölmenin matematiksel olarak güçlüğünden kaynaklanıyordu. Bir müzikal aralığın ikiye veya daha fazla alt aralığa bölünmesi, ilgili aralıktaki ses perdelerine bağlı olarak tanımlanır. Bu bölünme, alt aralıkların uzunluklarının tüm aralığın uzunluğuna oranlarına göre formüle edilmiştir. Müzikal aralıkların bölünmesine dair bu matematiksel yaklaşım müzikal aralıklar ve kesirler arasındaki bağlantıyı keşfeden Pisagor sayesinde mümkün olmuştur (Papadopoulos, 2014).

İlk matematik okulunun kurucusu olarak kabul edilen Pisagor, aynı zamanda bir müzik teorisi okulunun da kurucusudur. Yaklaşık M.Ö. 600 – M.Ö. 300 yılları arasında yaşamıştır. Matematikçi olmasının yanı sıra, Pisagor bir müzik teorisyeni ve besteciydi ve biyografi yazarları onun birkaç enstrüman çaldığını öne sürmektedir (Papadopoulos, 2014). Yukarıda belirtildiği gibi müzikal aralıklar ve sayısal oranlar arasındaki temel uygunluğun keşfi onun sayesinde. Bu bağlantıyı açıklamanın en kısa yolu, bir müzikal aralıkta, yüksek notanın frekansının düşük perdeli notanın frekansına olan oranının ilişkilendirilmesidir.

Pisagor bir demirci dükkânının önünden geçerken, çekiçlerin bir örsü dövmesiyle meydana gelen farklı sesleri duydu. Belirli bir çekiç tarafından üretilen perdenin, yani müzik notasının, çekicinin örsüne vurduğu belirli yere veya vuruşun büyüklüğüne değil, yalnızca çekicinin ağırlığına bağlı olduğunu fark etti. Pisagor, iki farklı çekiç tarafından üretilen iki nota arasındaki müzikal aralığın sınırlarının yalnızca çekiçlerin nispi ağırlıklarına bağlı olduğunu; özellikle klasik Batı müziğinde oktav, beşli ve dördü olarak adlandırılan konsonant (uyumlu) aralıkların, ağırlık olarak sırasıyla  $2/1$ ,  $3/2$  ve  $4/3$  sayısal kesirlerine karşılık geldiğini gördü (şekil 1)



**Şekil 1. Klasik Batı müziğinde konsonant aralıklar**

Böylece konsonant aralıkların ilk sınıflandırılması da Pisagor sayesinde olmuştur. Konsonans iki veya daha fazla farklı sesin birlikte çalınmasından kaynaklanır, fakat bu

konudaki esas soru, böyle bir kombinasyonun ne zaman ahenkli, uyumlu bir ses verdiği ve bunun sebebinin ne olduğudur. Bu soru birçok matematikçiyi ve bilim adamını meşgul etmiştir. Bunlar arasında Aristoteles, Öklid, Ptolemy, Descartes, Huygens, Galileo, Kepler, d'Alembert ve Euler'den bahsedilebilir.

Pisagor'un iki büyük keşfi, yani müzikal aralıklar ile sayısal oranlar arasındaki uygunluk ve konsonant aralıkların sınıflandırılması ve bu sınıflandırma ile ilgili sorular, sonraki tüm armoni teorilerinin temelini oluşturmuştur.

Pisagor'dan yazılı hiçbir belge kalmamış olsa da daha sonraki matematikçiler tarafından yazılan ve Pisagor fikirlerine dayanan armoni üzerine birkaç çalışma, kısmen hayatta kalmıştır. Prensipten olarak, Antik Yunan'da matematik üzerine yapılan bütün bilimsel çalışmaların içinde müzik üzerine bir bölüm olduğu bilinmektedir. Bu tür çalışmalar genellikle sayı teorisi, müzik, geometri ve astronomi olmak üzere dört bölüme ayrılır. Bu sıralamanın sebebi ise, müzikle ilgili bölümün sayı teorisinin sonuçlarına, astronomi bölümünün ise geometrinin sonuçlarına dayanması olarak gösterilmiştir. Daha sonraları "Quadrivium" (dört yol) adını alan matematik eğitimi dört bölüm olarak orta çağlara kadar sürdü ve teorik müziğin statüsü matematiğin bir parçası olarak 1550'de Batı Avrupa'da Rönesans'ın başlangıcına kadar devam etti (Saloni, 2010).

Quadrivium'un dört alanı arasındaki bağlantının aynı zamanda doğada ve insanlıkta daha derin bir düzen ve uyum ihtiyacından kaynaklandığı düşünülebilir. Uyum yani armoni kelimesi bir düzen, yapı ve ölçüye sahiptir. Antik Yunan düşünürlerinin çoğu tarafından paylaşılan bu armoni yani uyum duygusu, müzik, astronomi, fizik, metafizik, tarih ve tiyatro bilimlerini yönetebilecek sistemleri içeren soyut ve üst düzey bir matematiğin gelişmesini sağlamak ve olağanüstü bir sanat ve bilim yaratabilmek için mükemmel bir araçtı. Öncelikle Yunan düşünürleri tarafından vurgulanan matematik ve müzik arasındaki yakın ilişki inancı bazen müziğin - sadece teorisinin değil, aynı zamanda ürettiği duygunun - birçok yönden matematiksel saf düşüncenin üretebileceği duygu ile aynı olduğu inancına dönüşmüştür. Teorik müziğin bağımsız bir alan haline geldiği Rönesans ile durum değişti, ancak matematikle güçlü bağlar korundu.

### 2.1. Antik Yunan'da müzik kuramcıları

Platon dışında Antik Yunan'da müzik konusundaki ilgi, daha ziyade teknik incelemeler düzeyinde kalmıştır. Dönemin, Pythagoras, Aristoksenos, Öklid gibi önde gelen yazarlarından kalan ikincil kaynaklardan edinilen bilgilere göre, müzik üzerine yapıtlar; "müzik üzerine", "armonikler üzerine", "müzik üzerine genel bilgiler" olmak üzere üç genel konu etrafında toplanmaktadır. Ayrıca Antik dönemde etkili olmuş iki ana müzikoloji geleneğinden söz edilebilir: Sayı gizemciliği üzerine kurulu Pisagorcu gelenek ve Aristotelesçi çizgiyi takip eden Aristoksenosçu gelenek. (Mahthiesen 2006: 120)

Pisagorcu gelenekte müzik bağımsız bir araştırma alanı olmanın gerisinde, matematik ve sayı gizemciliği açısından ele alınmıştır.

Aristoksenosçu gelenekte ise başlangıcı Pisagor'a dayansa da aralık, dizi, ton, melodi, dissonans, konsonans, ses pozisyonları, melodik ifade, devamlılık, modülasyon gibi terimler ortaya çıkmıştır (Mahthiesen, 2006). Ayrıca, tüm parçaları günümüze ulaşmış, müzik hakkında bilinen en eski teori kitabı "Armonikler" Aristoksenos'a aittir. Aristoksenos, kulak ve duymanın merkezde olduğu işitsel yöntemi kullanmıştır (İlim, 2018).

Erken Pisagorcu geleneğin son önemli temsilcisi matematikçi ve filozof Platon (Eflatun)'un arkadaşı olan Archytas M.Ö. 428-348 yıllarında yaşamıştır. Müzik, aritmetik, astronomi, varlık, bilgelik, ruh, duyu, yasa, adalet, ahlak, mekanik, tarım, eğitim ve flüt gibi konularda 60 kadar kitap yazmıştır.

Antik Yunan'ın daha ileri dönemlerinde, Mısır'da yaşayan Öklid, Eratosthenes ve Ptolemy gibi matematikçiler aynı zamanda mükemmel müzik teorisyenleriydi.

Öklid (M.Ö. 330 – 275), müzik üzerine birkaç inceleme yazmıştır. Bunlar arasında, içinde Pisagor müzik teorisini anlattığı ve özellikle müzikal armoniyeye uygulanan matematiksel oranlar teorisinin açıklamasını içeren “*Division of the canon*” bulunmaktadır.

Eratosthenes (M.Ö. 276-194) de hem matematik hem de müzik alanında önemli etkilere sahipti. “*Platonicus*” adlı eseri, matematikçi Theon olarak da bilinen Smyrna’lı Theon tarafından birkaç kez atıfta bulunulan müzik teorisi üzerine bir bölüm içermektedir (Theon, 1966).

Ptolemy (M.S.100-170), bir matematikçi, coğrafyacı, gökbilimci, şair ve doğu mistisizminde uzmandı. Aynı zamanda Greko-Romen döneminin en büyük müzik teorisyeniydi. Ptolemy, içinde Pisagor müzik teorilerini ortaya koyduğu ve geliştirdiği “*Harmonics*” adlı önemli bir müzik incelemesinin de yazarıdır. Bu eser ayrıca onuncu yüzyılda Arapçaya ve on altıncı yüzyılda Latince'ye çevrilmiştir. Eser, Ptolemy'nin hem idealize edilmiş bir müzik dizisi hem de yeni bir akustik alet çıkardığı perdeler ve aralıklarla ilgili çalışmasıyla başlar.

Yukarıda adı geçen matematikçi-müzisyenlerin birçoğu, diğer bilim alanlarında da eşit derecede bilgiliydi. Örneğin İskenderiye tarihi kütüphanesinin idarecisi Eratosthenes, zamanının en bilgili kişisi olarak kabul edildi ve bu nedenle alfabenin ikinci harfi olan “β” adıyla tanındı. Bu onun her alanda "ikinci" olduğunu gösterme biçimiydi (Papadopoulos, 2014).

## 2.2. Rönesans Sonrası Müzik Kuramcıları

Yaklaşık on dördüncü yüzyıldan on yedinci yüzyıla kadar uzanan bir dönem olan Rönesans, Floransa'da orta çağın sonlarında başladı ve Avrupa'ya yayıldı. Rönesans, klasik kaynaklara dayalı öğrenmenin yeniden canlanması ve kademeli, ancak yaygın bir eğitim reformu ile karakterize edilen kültürel bir hareketti. Müzik artık bir matematik alanı olarak sayılmıyordu. Bunun yerine, teorik müzik bağımsız bir alan haline geldi, ancak matematikle güçlü bağlar sürdürüldü (Papadopoulos, 2002).

On yedinci ve on sekizinci yüzyılın bazı önemli matematikçileri de müzik kuramcılarıydı. On altıncı yüzyılın sonunda müziği matematiğin bir parçası olarak gören antik gelenek gittikçe ortadan kalksa da müzik teorisi ve pratiğinin gelişimine matematik verimli bir ittifakla eşlik etmeye devam etti. Bu ittifaka dahil olan on yedinci yüzyıl matematikçilerinden ilk olarak modern bilimin temel kurucularından biri olan Newton'dan söz edilebilir. Newton entelektüel faaliyetlerin her türüyle ilgileniyordu ve doğal olarak müzik teorisine de yöneldi. Kolej günlerinden kalan bir defter, eski Yunan geleneğinde müzikal aralıkların bölünmesi teorisi ve hesaplamalarını içeriyordu. Newton ayrıca çeşitli renklerin karışımını kullanmasıyla da bilinir ve bu, daha sonra en sevdiği konulardan biri haline gelen renk spektrumu ve müzikteki gamlar arasındaki benzerlik teorisinin başlangıç noktalarından biridir (Newton,

1959). Bu arada renkler ve ses perdeleri arasındaki ilişkinin yirminci yüzyıl bestecisi Olivier Messiaen'in teorik çalışmasındaki ana temalardan biri olduğunu da belirtmekte fayda var.

Burada, Newton'un renk spektrumu ile müzikteki diatonik gamlar arasındaki ilişkisi hakkındaki fikirlerinin; iki spektrumun aynı sayısal oranlar tarafından yönetildiği gerçeğinin ve aynı evrensel yasaların doğanın tüm yönlerini yönettiği düşüncesinin bir parçası olduğunu vurgulamak gerekir. Voltaire, Newton'un fikirlerini, özellikle de yedi renk spektrumu ile yedi diatonik gam arasındaki ilişkiyle ilgili teorisini benimseyen ve destekleyen birkaç teorisyenden biriydi (Papadopoulos, 2014).

Newton'dan sonra Leibniz de dinleyici bilincinde olmasa bile müziğin, matematik hesaplarından oluştuğunu ve zihnin gizli bir aritmetik alışırması olduğunu düşünüyordu (Leibniz, 1988).

On yedinci yüzyılda da bilim adamları tarafından müzik üzerine yazılan birçok eser vardır. Kepler'in ünlü "*Dünya Armonisi*" (1616) kitabı Pisagor geleneğinde yazılmış müzik teorisi üzerine birkaç bölüm içermektedir (Johannes, 1997). Aynı eserde ayrıca matematik ve müzik arasındaki ilişkiden de bahsedilmiştir (Papadopoulos, 2007).

Descartes'ın ilk kitabı 1618'de müzik üzerine yazdığı "*Compendium Musicae*"dir (Descartes, 1987).

Ünlü sayı teorisyeni ve akustiğin babası olarak anılan Marin Mersenne 1627'de "*Traité de l'harmonie Universelle*" (*Uluslararası armoni incelemesi*) adlı bir inceleme yazmıştır. Bu incelemede müziğin matematiğin bir parçası olduğunu, kendi ilkelerine dayanan bir bilim olduğunu ve müziğin aritmetik, geometri ve fiziğe bağlı olduğunu belirtmiştir (Mersenne, 2003). Ayrıca Christiaan Huygens'in harmonik döngü ve oktavin çoklu bölünmeleri üzerine çalışmaları vardır. Matematikçi John Wallis Ptolemy'nin, Porhyrius'un ve on dördüncü yüzyıl Bizans müzikoloğu Bryennius'un "*Harmonics*" adlı müzik incelemeleri kitapları üzerine kritikler yayınlamıştır. Leonhard Euler, 1731'de "*Tentamen Novae Theoriae Musicae Ex Certissimis harmoniae Principiis Dilucide Expositae*" (*Yeni Müzik Teorisi*) adlı eserini yazmıştır. Jean d'Alembert'in 1752'de "*Rameau'nun kuramları doğrultusunda teoride ve uygulamada müziğin elemanları*" ve 1754'te "*Reflexions Sur La Musique*" (*Müzik Üzerine Düşünceler*) eserleri gibi daha birçok örnek sayılabilir.

Rönesans'a kadar, "müziyen" terimi, performans sanatçılarından ziyade müzik kuramcılarında atıfta bulunurdu. Müzik teorisinde araştırma ve eğitim, bestecilik veya performanstan çok daha prestijli mesleklerdi (Papadopoulos, 2002).

Müzik üzerine incelemeler yapmış eserler yazmış matematikçiler olduğu gibi bunu tam tersi yani matematik üzerine incelemeler yapan müziyenler de vardı.

Kendisinden 2000 yıl önce yaşamış Pisagor gibi, besteci ve teorisyen Jean-Philippe Rameau; amacı duyguları ifade etmek ve yaratmak olan bir sanat olarak müzik ile tündengelimli yaklaşımı ve titiz kuralları olan matematiksel bir bilim olarak müziğin arasında gerçek bir sentez yapmıştır. Bestecinin ünlü eseri "*Traité de l'harmonie réduite à ses principes naturels*" de armoninin doğal ilkeleri üzerine incelemeleri vardır (Papadopoulos, 2014). Bu incelemelerde müziğin, belirli kuralları olması gereken bir bilim olduğunu ve bu kuralların açık, belirgin bir yöntemle belirlenmesi gerektiğini ve bu yöntemin de matematiğin yardımı olmadan mümkün olamayacağını belirtmiştir. Rameau'dan iki yüz yıl sonra besteci Olivier Messiaen matematik ve müzik arasındaki ilişki ile ilgili olarak benzer açıklamalarda bulunmuştur (Papadopoulos, 2003).

Rameau, müzik teorisi üzerine çok sayıda eser yazmıştır. Bunların arasında “Nouveau Système de Musique Théorique”, “Démonstration du principe de l’harmonie” gibi daha birçok eser sayılabilir.

### 2.3 Müziğin içindeki matematiksel kavramlar

Rönesans öncesi müzik, karmaşık sistemler içeriyordu. Matematiksel incelemeler, dizileri kesirler cinsinden açıklıyordu. Antik Yunan da kullanılan dizilerden biri de Pisagor dizisiydi. En kusursuz olduğu düşünülen olan dörtlü ve beşli aralıklar kullanılarak kurulmuştur. Bir dizinin tanımlanması ve oluşturulması matematiksel hesaplamaları içerir, ancak aynı zamanda hangi aralığın en kusursuz olduğu düşüncesine de dayanırdı. Her biri farklı melodilere ve farklı enstrüman türlerine uyarlandığı için Antik Yunan’da farklı diziler vardı. Dizi tercihi, müziğin karakterini ve dinleyici üzerindeki psikolojik etkisini belirlerdi. Bir müzik parçasının seçilen diziyle olan bağlantısı, Avrupa müziğinde tempere sistemin benimsenmesine kadar devam etti.

Yapıları farklı olsa da diziler, en azından yirminci yüzyıl öncesi tonal klasik Batı müziği açısından kompozisyonun yapı taşları olarak kabul edilmiştir (Papadopoulos, 2002). Dizilerin oluşumu önemli bir aritmetik işlem içerdiği kadar aynı zamanda bir müzik dilidir. Tampere sistem on sekizinci yüzyıldan itibaren genel olarak kabul edilmiştir. Majör ve minör olmak üzere ikiye ayrılan bu diziler oktavı on iki eşit aralığa bölmüştür.

Müzik ve özellikle ritim matematiksel yapılara hayat vermenin ve onları duyularımız tarafından algılanabilir hale getirmenin belirli bir yoludur. Devamında müzik, bu kavramları duygusal olarak etki yaratan nesnelere dönüştürür.

Soyut dil ve notasyonun yanı sıra simetri, orantı, devamlılık, belirli aralıklarla tekrar gibi matematiksel kavramlar bir müzik parçasını oluşturan öğelerdendir. Sayılar da aynı zamanda çok enstrümantaldır ve ses aralıklarının uzunluğunu, ritmini, süresini, temposunu etkiler. Bu iki alan öyle bir birliktelik ve uyum içindedir ki müzikal terimler matematiğe de uygulanabilmiştir. Örneğin “armonik” kelimesi matematikte kullanılan bir terim olmasına rağmen kaynağı müzik teorisidir.

### 3. YIRMİNCİ YÜZYILDA MATEMATİĞİN MÜZİK ÜZERİNDEKİ ETKİLERİ

Yirminci yüzyıl müzik notaları, matematikte kullanılan her türlü diyagrama yakın çeşitli formlara sahiptir. Soyut dil ve notasyonun yanı sıra simetri, periyodlar, orantı, kesiklik ve süreklilik gibi matematiksel kavramlar müzikte her yerde mevcuttur.

Müzikte cebirsel yöntemlerin kullanımı aslında genellikle birbiriyle yakından ilişkili teorik, analitik ve kompozisyon gibi üç alanı devreye sokar (Andretta, 2004). Yirminci yüzyılda müzik teorisi, analiz ve kompozisyonun birbirini etkileyen disiplinler olduğu iyi bilinmektedir. Örneğin, müzikte cebirsel yaklaşımın ortaya çıkışının tarihsel incelemesi, yeni bir alan olarak hesaplamalı müzik analizinin oluşumuna katkıda bulunan bazı bestecilerin, teorisyenlerin oynadığı kilit rolü vurgulamaktadır. Bu bağlamda, yalnızca analitik ve kompozisyon bazında sonuçları açısından değil, aynı zamanda son derece cebirsel karakteri bakımından da müzik üzerine teorik düşüncenin simgesi olan üç besteci / kuramcıdan bahsedilebilir: Birleşik Devletler’de Milton Babbitt, Avrupa’da Iannis Xenakis ve Doğu Avrupa’da Anatol Vieru. Üçü de neredeyse aynı anda ve birbirlerinden bağımsız bir şekilde,

tampere sistemden, serializim ve modal tekniklerin bütünleşik özelliklerine kadar, müziğin ortaya koyduğu çeşitli teorik problemlerin cebirsel karakterini keşfetmiştir (Andreatta, 2010).

Princeton Üniversitesi'nde matematik ve müzik teorisi öğreten besteci Milton Babbitt, bir müzik teorisinin, kanıtları uygun bir yolla türetilen tanımlar ve teoremler dizisi olarak ifade edilebilir olması gerektiğini belirtmiştir (Papadopoulos, 2002). Her iki yönde de katkıların olduğunu anlamak önemlidir. Bir yandan matematiksel dil, müzik teorisini ve kavramlarını şekillendirmiştir. Öte yandan, müzik teorisinde ortaya çıkan sorular ve problemler, tarihin birçok noktasında matematik araştırmalarına yönelik güçlü bir motivasyon yaratmıştır. Örneğin Milton Babbitt, müzik teorisi eğitiminde ve kompozisyonlarında grup teorisi ve set teorisini (müzikal grup teorisi) kullanmıştır. 1980'lerin ortalarında set teori 20. yüzyılın ilk yarısındaki atonal müziği analiz etmek için geliştirilmiştir (Forte, 1984). Babbitt'in çalışması, özellikle kümenin matematiksel kavramını kullanarak, 12 ton müziğinde armoni, melodik fonksiyon ve ritmik yapılandırmalarla ilişkilidir. Set teoride bir oktav 12 eşit parçaya kromatik olarak bölünmüştür. Farklı oktavlardaki ses perdelerini temsil eden bu 12 sesin oluşturduğu küme set'i oluşturmaktadır. (Fışkın, 2018).

Iannis Xenakis'in bazı parçaları oyun teorisine, diğerleri olasılık teorisine dayanmaktadır. Oyun teorisi, müzikal yollar kullanılarak sergilenen davranışları ortaya çıkaran belirli oyunları vurgular. Besteciler, sanatçıları kontrol konumuna yerleştirerek onların seçimlerini dikkate alan sistemler geliştirmişlerdir.

Müzikte matematiksel modellerin kullanılmasına öncülük eden bestecilerden bir diğeri de yirminci yüzyılın en etkili bestecilerinden ve pedagoğlarından biri olan Messiaen'dir. Matematikten elde ettiği simetri ve grup kavramlarını verdiği eğitimlerde ve kompozisyonlarında bilinçli olarak kullanmıştır.

Messiaen'ın müziğindeki büyüleyici etki yapısal simetriler oluşturmak için matematiği kullanmasının bir sonucudur. Messiaen, müzik dilindeki imkansızlıkların üstesinden gelmek için matematiğin dilini ve araçlarını kullanmıştır (Wu, 1998).

Messiaen sesin perdesi, süresi, tınısı ve dinamikleri de dahil olmak üzere her parametresi üzerinde çok düşünmüştür. Özellikle zaman ve ritm onu büyülemiştir. Onun bu zaman ve ritim konusundaki katkıları, çalışmalarını benzersiz kılmıştır (Johnson, 1975).

Messiaen kendisini hiçbir zaman bir matematikçi olarak görmemiş olsa da matematiğe hem kompozisyonlarında hem de teorik öğretiminde önemli bir yer vermiştir. Le Nombre Léger /Işık sayısı (piyano için Prelüd No. III), Soixante-quatre durées /64 süre (Orgue Kitabı'ndan VII. Parçası) gibi bazı eserlerinin isimleri bu açıdan önemlidir.

Kompozisyonlarında yer alan kavramlar permütasyonlar, simetriler, asal sayılar, periyodiklik vb. gibi matematiğin temel kavramlarıdır. Messiaen'in bu kavramları, matematiksel olarak basit bir şekilde kullandığı gerçeği matematiğin çalışmalarındaki yerinin önemini azaltmamaktadır. Sayı dizilerinin özellikleriyle, dönüşümleriyle ve simetrileriyle ilgili sorular ancak temel matematiğin parçasıdır. Messiaen bu kavramları bilinçli ve sistematik bir şekilde müziğinde kullanmıştır. Messiaen'ın müziğinin bir yönü akıl ve sezgi arasındaki denge, diğer yönü ise şiirsel yaratıcılık ve sıkı bir biçimsel yapı arasındaki dengedir. Messiaen'ın eserlerinin içindeki matematiksel yapıları anlamak en azından dinleyici için müziğin daha az gizemli olmasını sağlar.

Messiaen'in çalışmalarında ritm önemli bir yer kaplamıştır. "Ritm müziğin esas unsuru hatta en temel ögesi olarak düşünmekteydi. Muhtemelen melodi ve armoniden önce var olan



bu “öğenin” tercihleri arasında ilk sırada olduğunu da belirtmiştir (Samuel, 1999). Üzerinde 40 yıl uğraştığı “Traité de Rythme” başlıklı teorik çalışmasında melodinin seslerden meydana geldiği fikrine karşı olduğunu, melodinin ritimsiz yapılamayacağını ve müziğin her şeyden önce genel anlamıyla “ritim” terimi altında toplanan sürelerle, vuruşlarla, suslarla, aksanlarla, yoğunluk ve tınılarla yapılabileceğini vurgulamıştır. (Messiaen, 1949–1992).

Ritim matematiğe yabancı bir kavram değildir. Süreler, kuvvet ve yoğunluklar sayılarla ölçülebilir. Temel frekans ve harmoniklere ayrıştırılabilen tını, aynı zamanda sayılarla da ifade edilebilir. Messiaen'in ritmik diliyle ilgili ilham kaynakları Hint ve Antik Yunan ritimleriydi. Hint ve Yunan ritimleri hem bestelerinde hem de eğitimlerinde önemli bir konuma sahiptir ve çalışmalarında bu ritimlerin aritmetik özelliklerine dikkat çekmiştir.

Bilindiği gibi Antik Yunan'da müzik şiire ve tiyatroya eşlik olarak kullanılırdı. Dolayısıyla müzikal ritim konuşma ritimlerini takip ederdi. Bu durum da müzik notalarının süreleri için temelde iki tür vardı: uzun süreler ve kısa süreler. Bu anlamda, uzun ve kısa süreli bir diziden oluşan ritimlere ölçü denirdi. Bu müziğin özelliklerinden biri de, parçanın ölçü çizgilerine bölündüğü, vuruş sayısının sabit olduğu yirminci yüzyıl öncesi klasik batı müziğinin aksine, aynı parça içinde ölçüler değişken uzunlukta idi. Değişken uzunlukta ölçüler bir anlamda eski Yunan müziğinin mirasçısı olan Gregoryen ilahilerinde bile vardı. Hatta Rönesans döneminde bile bu çeşit ölçüler bir şekilde moda olmuştu. Daha sonra bunlara olan ilgi kayboldu ancak Rumen halk müziğinde, Ravel ve Stravinsky'nin bestelerinde yeniden ortaya çıktı. Örneğin, Stravinsky'nin İlkbahar Ayininde, giriş bölümünün başında, ölçüler sürekli olarak 4: 4, 3: 4 ve 2: 4 değerleri arasında geçiş yapar. Aynı şekilde son parça, Kurban Dansı'nda, ölçü sürekli değişir, 5:16 gibi değerler alır (Papadopoulos, 2014).

Messiaen, değişken uzunluktaki ölçülerin kullanımı ilkelerini Paris Konservatuvarı'nda öğretmek ve bestelerinde uygulayarak bu sistemi yeniden canlandırdı. Bu "a-metrik ritimler" Messiaen tarafından ilk bestelerinden beri kullanılıyordu. Görünüşe göre ritimde bu tür bir özgürlüğe değer veriyordu ve bunun bir nedeni monotonluğu dışlamasıydı. Ona göre ritmik müzik, tekrarı ve eşit bölünmeleri dışlayan, ilhamını, özgür ve eşit sürelerde olmayan doğa hareketlerinden almaktadır (Samuel, 1999).

Hint müziğinin özelliği, davul, ziller, çanlar, el çırpma gibi vurmalı enstrümanların bu müzik içindeki önemi ve yeridir. Bu özellik ritmi o müzikte çok önemli bir faktör haline sokar. Hint müziği özellikle de nicel olarak ritim alanındaki diğer müziklerden daha ileri giden bir müziktir. Yunan ritimleri gibi, Hint ritimleri de Messiaen'in kompozisyonlarında çok sayıda kullanılmıştır. Burada da ritim Messiaen aritmetiksel özelliklerine hayran olduğu bir sayı dizisi olarak ortaya çıkmaktadır (Papadopoulos, 2014).

#### 4. SONUÇ

Müzik teorisi, kompozisyon ve müzikal analiz geometri, olasılık, kategori teorisi, kombinasyonlar, grafik teorisi gibi birçok matematiksel alanı içerir. Müzik aralıklarının uzunlukları, ritim, süre, tempolar ve diğer bazı müzikal kavramlar doğal olarak sayılarla ifade edilir.

Tarih boyunca birçok matematikçi müzikle o kadar ilgilenmişti ki onlar da müzik teorisyenleri olarak kabul edilmişlerdi. Matematikçiler müzik teorisine, genellikle kitap yazarak ve fikirlerini paylaşarak katkıda bulunmuşlardır.

Matematik ve müzik arasındaki ilişki çok derin ve uçsuz bucaksızdır. Tarih boyunca devam eden bu bağ matematikçilerden müzisyenlere ve müzik teorisyenlerine kadar yüzlerce insanı kapsamaktadır. Konuyla ilgili farklı karakterler, dönemler ve katkıları üzerine birçok araştırma ve yazılar yayınlanmıştır. Bu karmaşık ilişkinin her yönünü incelemek ve tartışmak sadece bir makaleye sığmayacağı için bu çalışmada matematik müzik ilişkisine genel bir bakış açısı getirmek amaçlanmıştır.

On birinci yüzyıldan başlayarak batı Avrupa müziği iki boyutlu kartezyen koordinatlarda farklı fonksiyonların matematiksel grafiklerine benzeyen diyagramlar da dahil olmak üzere zengin bir notasyon sistemiyle birlikte sembolik bir dil kullanmıştır. Müzik kuramcıları bu "kartezyen" diyagramları geometriye girmeden çok önce kullanmaya başlamışlardır. Müzik teorisyenlerinin, matematiksel kavramları henüz matematikçiler tarafından şekillendirilmeden önce, sezgisel bir şekilde kullandıkları da kabul edilmesi gereken bir gerçektir (Saloni, 2010).

Yapılan bazı araştırma sonuçları, eğitim alanında da matematik ve müzik arasında yakın bir ilişki olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bunlar genellikle matematikle ilgili kavramların öğrenilmesi ve matematiksel düşünmenin, muhakemenin geliştirilmesi üzerine müziğin etkisini konu almaktadır.

Çocuklar sezgisel olarak bazı algılar edinir. Bu algıları ritmik yapılar ve aynı zamanda oran, orantı, kesirler, ortak katsayılar gibi matematiksel kavramlar yoluyla çağrıştırmaya genellemelere dönüştürür. Sezgisel olarak algılanan şeyleri daha iyi anlamak matematiğe bir "anlam" kazandırabilir (Bamberger ve Disessa, 2003). Belki de matematik ve müzik arasındaki yakınlığın, en genel ifadeyle, belli kalıpların algılanması ve incelenmesi olduğu düşünülebilir. Böylece müzik, önemli temel matematiksel fikirlerin ortaya çıkabileceği ve algılanabileceği bir öğrenme şekli haline gelebilir. Öğrencilerin müzikal tutarlılık algılarının incelenmesi, oran, orantı, kesirler ve ortak katlar matematiğine giden yolu açabilir. Benzer şekilde, matematikteki değişim kalıpları, dönüşümler ve değişmezler gibi diğer konuların da müzikteki daha genel yapıları açığa çıkarabileceği, aydınlatılabileceği ve açıklayabileceği düşünülebilir.

Matematiğin dolaylı olarak müzik bağlamında nasıl öğrenilebileceği ve müzik hakkında düşünürken matematiğin verimli bir şekilde nasıl kullanılabileceği konularının eğitim açısından araştırılmasının her iki alanda da büyük fayda sağlayacağı bir gerçektir.

Müziğin mantığa ve hesaplama dayalı olan yapısı, bilim ve teknoloji ile birlikteliğini kaçınılmaz kılmaktadır. Özellikle bilgisayar teknolojisi müziğin üretiminden analizine kadar çok çeşitli işlemlerinde kullanılmaktadır (Bora, 2002).

Matematik ve müzik arasındaki ilişkinin bu uzun tarihine rağmen, matematikçilerin bu alana ilgisi nispeten yeni bir olgudur. Müziğin tanımlanmasında matematiği uygulamanın gücü uzun zamandır kabul edildiği halde, müziğin de matematiğin gelişiminde stratejik bir yer işgal etmeye başlaması teknolojik ve bilimsel gelişmeler sayesinde olmuştur. Her iki alanda da birçok araştırmacıyı heyecanlandıran ve giderek artan uluslararası araştırma faaliyetinin özünde yer alan bu iki taraflı hareket, uluslararası dergilerin, konferansların, kitap serilerinin ve bu çalışma alanlarındaki ortak projelerin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu ortak proje ve çalışmaların çoğalmasının hem bilim hem de eğitim konularına önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

**KAYNAKÇA**

- Andreatta, M. (2010). *Musica est exercitium musicae : La recherche mathémusicale et ses interactions avec les autres disciplines*. Post-Doktora tezi, Strasbourg Üniversitesi, Fransa.
- Andreatta, M. (2004). *Méthodes algébriques dans la musique et la musicologie du XXème siècle : aspects théoriques, analytiques et compositionnels*. Doktora tezi, École des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Marsilya, Fransa.
- Bamberger, J., Disessa, A. A. (2003). *Music as Embodied Mathematics: A Study of a Mutually Informing Affinity*. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, Vol 8, sayı 2, s. 123-160.
- Boivin, J. (1998). Messiaen's Teaching at the Paris Conservatoire: A Humanist's Legacy in: S. Bruhn. *Messiaen Language of Mystical Love*. New York: Garland Publishing Inc.
- Bora U. (2002). *Bilim ve Sanatın Kesiştiği Temel Bir Nokta: Matematik ve Müzik ilişkisi*. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, Cilt 15, Sayı 1, s. 53-68.
- Descartes, R. (1619). *Compendium musicae*. French translation, (F. de Buzon. Çev.). Paris: Presses universitaires de France (1987).
- Fışkın, Ü. (2018). *Sistemik Müzikolojide 20. Yüzyıl Analiz Yöntemleri*. *Avrasya Sosyal ve Ekonomik Araştırmaları*, Cilt 5, sayı 12, s.281-314.
- Forte, A. (1984). *Music Analysis*, Londra Kral Koleji Müzik Analiz Konferansı, Özel Sayı: Vol. 4, sayı. 1/2, s. 29-58.
- Grout, D. J. (1973). *A history of western music*. London: J.M. Dent.
- İlim, F. (2018). *Aristoteles'te Müzikal Terimlerin Anlamı ve Kullanımı*. *Kaygı*, cilt 30, s. 55-66.
- Johnson, S. R. (1975). *Messiaen*. London: J M Dent & Sons Ltd.
- Josepf, G. G. (1991). *The crest of the peacock: non-European roots in mathematics*. New York: Penguin books.
- Kepler, J. (1997). *The Harmony of the World*. (E. J. Aiton, A. M. Duncan ve J. V. Field Çev.). Philadelphia : American Philosophical Society.
- Leibniz, G. W. (1988). *Extraits de la correspondance Leibniz-Goldbach concernant la musique*. (Frédéric de Buzon Fr.Çev.). *Philosophie*, cilt 59, s. 10–13.
- Mahthiesen, T. J. (2006). *Greek Music Theory*, in *The Cambridge History of Western Music Theory*. Thomas Christensen. (Ed), Cambridge: Cambridge University Press.
- Mersenne, M. (1627). *Traité de l'harmonie universelle*, Paris: Fayard, (Son baskı: 2003).
- Messiaen, O. (1949–1992). *Traité de Rythme, de Couleur et d'Ornithologie*. Paris: Alphonse Leduc, (Cilt 1 s. 40).
- Newton, I. (1959). *The Correspondence of Isaac Newton*. Cambridge: University Press.
- Papadopoulos, A. (2014). *Mathematics and group theory in music*. *Handbook of Group actions*, vol. 2 New York: Higher Education Press and International Press.
- Papadopoulos, A. (2007). *Degrés de complexité en géométrie et en musique*. *Journal de l'Association des professeurs de mathématiques de l'Enseignement Public*, Vol. 114, s.63–79.
- Papadopoulos, A. (2003). *The mathematics of music of Olivier messiaen*. *Lettera Matematica PRISTEM*, Vol 47, s.27-41
- Papadopoulos, A. (2002). *Mathematics and music theory: from Pythagoras to Rameau*. *The Mathematical Intelligencer*, Vol 24, 1, s. 65-73.

Quintilianus, A. (1983). *De Musica (On Music)*. (T. J. Mathiesen Çev. Önsöz). New Haven and London: Yale University Press.

Restivo, S. (1992). *Mathematics in society and history: sociological inquiries*. The Netherlands: Kulwer Academic Publishers.

Saloni, S. (2010). *An Exploration of the Relationship between Mathematics and Music*. Yüksek lisans tezi, The University of Manchester, İngiltere.

Samuel, C. (1999). *Permanences d'Olivier Messiaen*. Paris: Actes Sud.

Taylor, T. (1965). *Iamblichus' Life Of Pythagoras*. London: J. M. Watkins (ilk baskı 1818).

Theon de Smyrne, *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*. (J. Dupuis Çev.) Hachette, Paris, (1892). (Son baskı: 1966). Bruxelles: Culture et Civilisation.

Wu, J. M. (1998). *Mystical Symbols of Faith: Olivier Messiaen's Charm of Impossibilities*. In: S. Bruhn. *Messiaen's language of mystical love*. New York: Garland Publishing Inc.